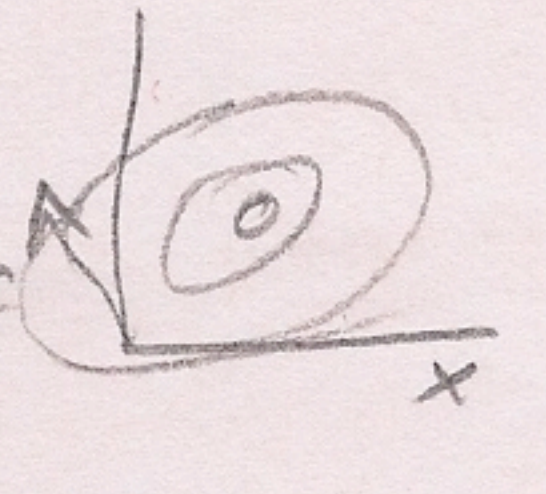


# Algoritmos de optimización [G. Rus Marzo 2010]

$$\min_{\bar{x}} f(\bar{x}) \quad \left( \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}^n \\ f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \end{array} \right) \quad \left( \bar{g}(\bar{x}) > 0 \text{ (restricciones)} \right)$$


• Preguntas previas:

- Es posible cumplir todas las condiciones/restricciones?

- Existe un óptimo? Weierstrass  $\rightarrow$  condiciones necesarias

- Cómo encontrarlo?  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Puntos extremos: Th. Fermat} \\ \text{Restricciones: Condiciones Karush-Kuhn-Tucker} \end{array} \right.$

• Clasificación:

Objetivo	Basado en gradiente	Aleatorio
Sin restr.	① ①	②
Con restr.	④	③
Multioobjetivo	⑤	

② Ecuaciones de observación (1990-2000)

①  $\min_{\bar{x}} f$  Newton

$$u^{obs} = u^{num}(x) \Rightarrow x_{k+1} = x_k - (A^T A)^{-1} A^T (y - u)$$

$$A = \frac{\partial u}{\partial x}$$

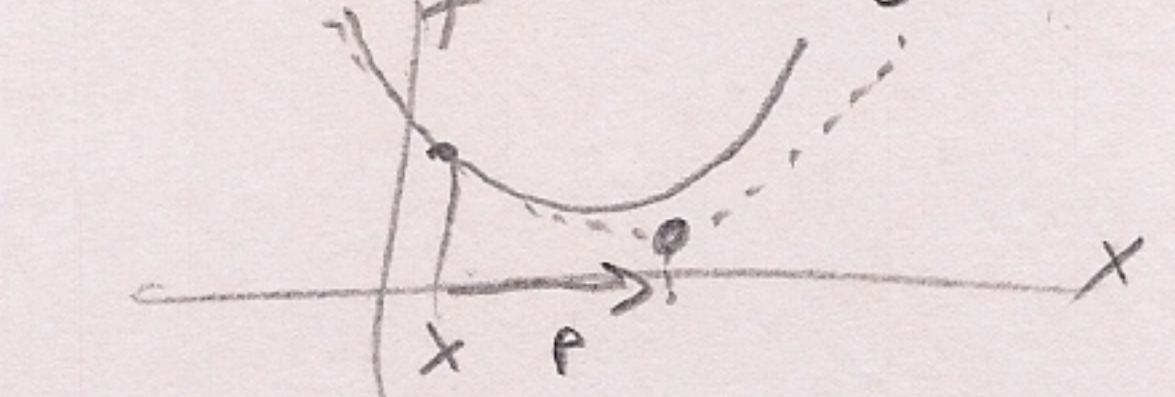
modo afin de f

$$m(x+p) = f(x) + g^T p + \frac{1}{2} p^T H p$$

$$g = \partial f / \partial x \quad H = \partial^2 f / \partial x^2$$

Gradiente  $\rightarrow$  FD Hessian  $\rightarrow$  FD

$$x^{k+1} = x^k - H^{-1} g$$



Line search

$$x^{k+1} = x^k - \lambda (M^{-1} g)$$

$$\min_{\lambda} f(x - \lambda M^{-1} g)$$

Model-trust region

Radio de confianza de  $m = \delta$

$$\min_{\substack{S \\ \|S\| \leq \delta}} m(x+S) \equiv \min_{\substack{S \\ \|S\| \leq \delta}} H \rightarrow H + M$$



Secante (BFGS)  $H_k = H_{k-1} + \frac{y_{k-1} y_{k-1}^T}{y_{k-1}^T s_{k-1}} + \frac{H_{k-1} S_{k-1}^T H_{k-1}}{S_{k-1}^T H_{k-1} S_{k-1}}$

Brodyden  
Fletcher  
Goldfarb  
Shanno

$y_{k-1} = g_k - g_{k-1}$   
 $s_{k-1} = x_k - x_{k-1}$

Initializer:  $H_0 = I / \epsilon D$

$f = \frac{1}{2} R^T R$

No linear  $g = J^T R$   $J = \partial R / \partial x$   
 $H = J^T J + r \nabla^2 r$

→ Gauss-Newton

$H \approx J^T J \Rightarrow x_{k+1} = x_k + (J^T J)^{-1} J^T R$

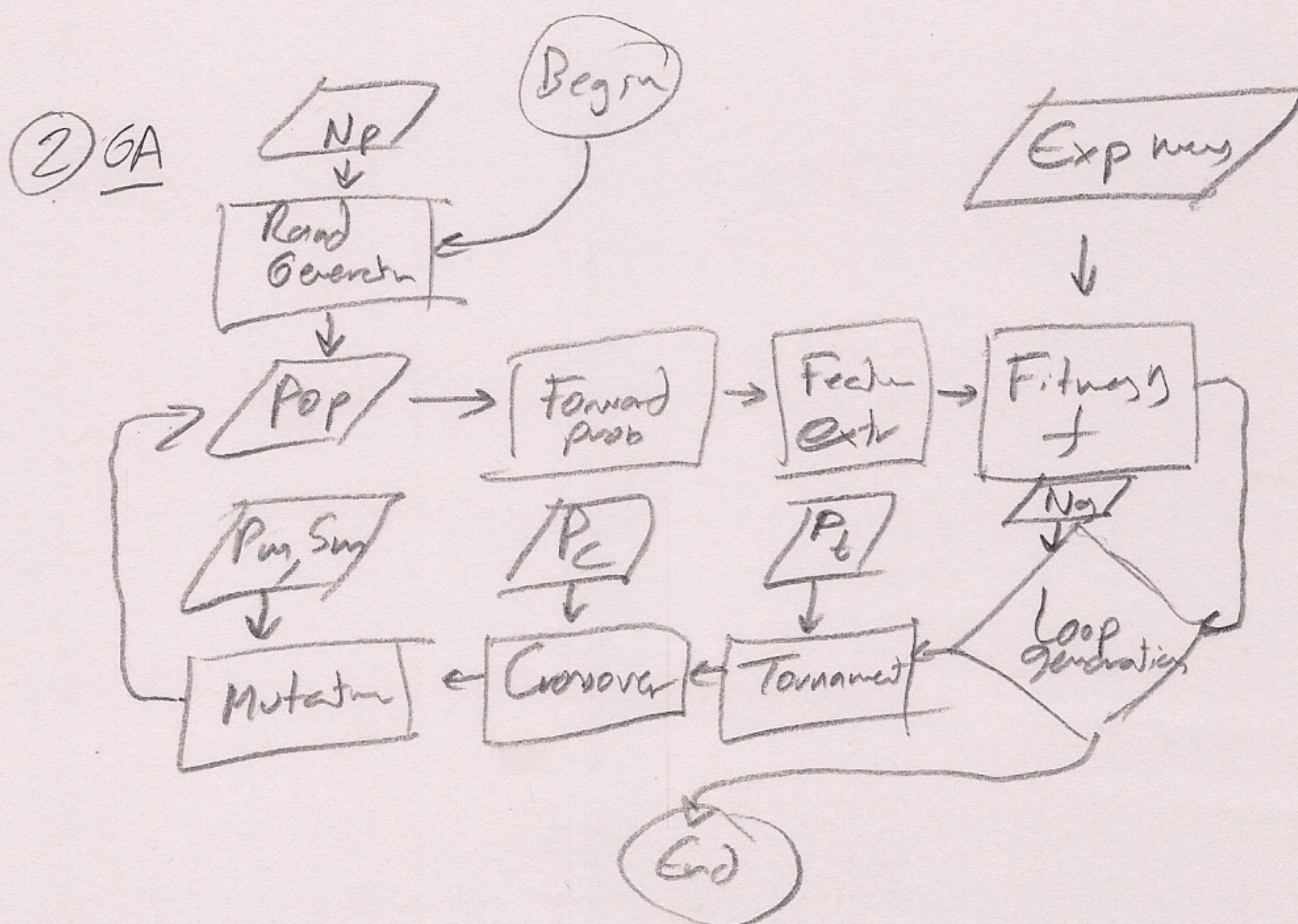
Damped G-N

$x_{k+1} = x_k - \lambda (J^T J)^{-1} J^T R$   
↓  
line search

Levenberg-Marquadt

$x_{k+1} = x_k - (J^T J + \mu I)^{-1} J^T R$   
↓  
Hook  
Jacobian

Rus Gabego 02: GN <sup>(D)</sup> = Ego Observation

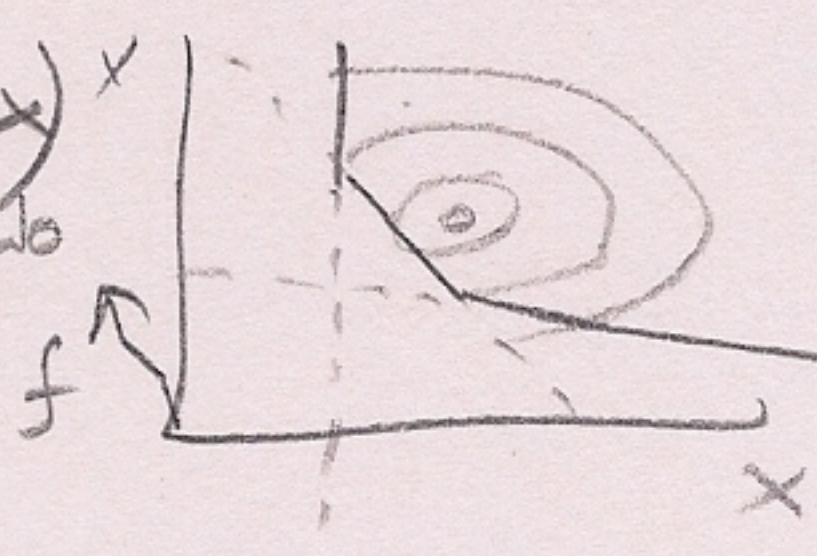


Majoros: MGA, Hill-climbing, Hybrid, GNC



③ Simulated Annealing  
Particle Swarm  
Tabu Search

④ Linear programming (Simplex)  
Quadratic (incorpora H) <sup>ir recorriendo vértices</sup>  
Nonlinear "



← varios objetivos

⑤  $\min_{\bar{x}} f(\bar{x})$   
 $\bar{g}(\bar{x}) \geq 0$

⇒ Óptimo en el sentido de Pareto:

Pareto efficiency:  
 "cuando no se puede mejorar."

Mejorar = "si un cambio de  $x$   
 permite mejorar alguna  $f_i$   
 sin empeorar a ninguno de  $f_j$ "

Óptimo = conjunto = frente de Pareto

GA multiobjetivo :

VEGA (primero, 1985) → cada subpopulación →  $f_i$

NSGA-II : Ranking basado en orden no dominado

Características:

- $f \leftarrow \begin{cases} f = \sum w_i f_i \\ \text{Alternar } f_i \end{cases}$   
 Pareto-ranking, según regla de dominancia

- Diversidad
- Elitismo
- Restricciones
- Híbridos